Interpretacija čuda pomoću teorije determinističkog kaosa

(Jerko Kolovrat, KBF Split; Marija Todorić, PMF Zagreb)

Postoje razne teme koje zaokupljaju ljudski um i tjeraju ga da prema njima zauzme stav tek nakon opširne misaone refleksije. Među tim temema jest i pojava, događaj koji nazivamo čudom. Razna su tumačenja i shvaćanja čuda. Većina ljudi promatra čudo kroz perspektivu vjere. Međutim, postoje i realisti koji smatraju da se sva čuda mogu objasniti i protumačiti u okviru prirodnih zakona. Ako to sada nije moguće, smatraju da će znanost sigurno napredovati i na koncu protumačiti ono što nam se sada čini nejasnim. Ipak, u ovom ćemo radu promatrati čudo kroz prizmu teologije i fizike i pokazati jedno od mogućih tumačenja čuda kao takvog.

Teorija determinističkog kaosa otvara zanimljivu alternativu dosadašnjim interpretacijama Božjih čuda te ostavlja prostor Božjoj izravnoj intervenciji u materijalne procese. Suvremena znanost temelji se na postavci da se dinamički procesi u svakom sustavu u prirodi odvijaju prema određenim prirodnim zakonima. Ti zakoni izražavaju se matematički na način da dobivamo jednadžbe gibanja za pojedini sustav. Ako za dinamički sustav znamo početne uvjete, tj. stanje sustava u nekom početnom trenutku i jednadžbe gibanja, tada u načelu možemo izračunati stanje sustava u bilo kojem budućem trenutku pomoću jednadžbe gibanja, pa su daljnje promjene sustava predvidive. Time ovaj svijet na neki način postaje deterministički jer se uz određeni utjecaj mogu dobiti odgovarajuće posljedice. U takvom determinističkom svijetu nema prostora Božjem utjecaju na buduća zbivanja nakon što je stvoren svijet i prirodni zakoni.[1]

Dinamički sustav

Pod pojmom dinamičkog sustava podrazumijevamo skup međusobno povezanih elemenata koji doživljavaju promjenu u vremenu. Kako bismo takav sustav opisali matematičkim rječnikom, obilježavamo ga varijablama, parametrima i pripadnim jednadžbama gibanja. Navedimo kao primjer dinamičkog sustava kuglicu na njihalu. Varijable su veličine koje u svakom trenutku opisuju stanje u kojemu se nalazi taj dinamički sustav, pa je primjer toga brzina kuglice na njihalu. S druge strane, parametri su veličine koje opisuju sustav i ne mijenjaju se u vremenu, kao što je masa kuglice ili duljina niti njihala. Jednadžbe gibanja određuju kako

[1] Usp. Vladimir Paar, Ivan Golub, *Granice znanstvenog determinizma - nove dodirne točke znanosti i religije: hipoteza čovjeku nedostupnog Božjeg djelovanja*, u: Nova prisutnost, 1 (2003) 2, 196.

se tijekom vremena mijenjaju varijable, odnosno stanje dinamičkog sustava. Ako poznajemo stanje dinamičkog sustava u jednom trenutku, tom jednadžbom možemo dobiti varijable, odnosno stanje sustava u nekom budućem trenutku.[2]

Određivanje početnih uvjeta, odnosno stanja sustava u određenom početnom trenutku stoga je bitno kako bismo predvidjeli buduća zbivanja. Vrijednost početnih uvjeta nikad nije moguće odrediti savršeno točno, već uvijek s nekom pogreškom. Što je uređaj za mjerenje precizniji, to je pogreška manja. Ali ni napretkom tehnike ta se pogreška nikada neće moći svesti na nulu. Znanstvenici su dugo vremena pretpostavljali da mala pogreška u izračunu početnih uvjeta nema veliki utjecaj na konačni rezultat jednadžbe gibanja. Približnim poznavanjem početnog stanja sustava i razumijevanjem prirodnog zakona, može se proračunati približno ponašanje sustava, tj. proizvoljno mali utjecaji ne rastu toliko da izazovu proizvoljno velike učinke. Međutim, novija znanstvena istraživanja pokazuju da se to može reći samo za linearne sustave u okviru regularnog režima.

Situacija je potpuno drukčija u nelinearnim sustavima[3] koji se ovisno o parametru sustava mogu naći u regularnom i kaotičnom režimu. Za sustav u kaotičnom režimu izvanredno male pogreške (čak i toliko male da se ne mogu izmjeriti) u poznavanju početnih uvjeta imaju drastični utjecaj na matematička rješenja jednadžbe gibanja. To svojstvo u kaotičnom režimu nazivamo ekstremnom osjetljivošću na početne uvjete. Ako rješavamo jednadžbu pomoću računala, on zbog svoje ograničene preciznosti, odnosno memorije, zapravo računa približno zanemarujući znamenke iznad nekog decimalnog mjesta. Za nelinearan sustav u kaotičnom režimu, male kompjutorske greške uzrokuju velike promjene u konačnom računu. Takvi

---

[2] Razmotrimo jednostavan sustav koji se sastoji od jednog tijela koje se giba pod djelovanjem sile. Za opis tog gibanja uzmimo varijablu udaljenosti tijela od ishodišta x(t) koju zovemo položaj tijela. Nadalje, derivacija neke funkcije opisuje kako se funkcija mijenja u vremenu. Položaj je funkcija vremena, a njegovu derivaciju nazivamo brzinom. Ona opisuje kako se položaj mijenja u vremenu $v(t) = \frac{dx}{dt}$. Pozitivnom brzinom položaj raste i tijelo se udaljuje, dok se negativnom brzinom položaj smanjuje. Možemo potražiti i derivaciju brzine, odnosno veličinu koja opisuje promjenu brzine u vremenu. Tako dolazimo do akceleracije koja je prva derivacija brzine, odnosno druga derivacija položaja a(t)= $\frac{d^2x}{dt^2}$. Drugi Newtonov zakon opisuje gibanje tijela na koje djeluje sila F: $F = ma$, a s ovim izrazom za akceleraciju on postaje $m\frac{d^2x}{dt^2} = F$. Dobili smo jednadžbu koja sadrži derivacije i stoga ju nazivamo diferencijalna jednadžba.

[3] Sustavi mogu biti linearni i nelinearni ovisno o tome kakva je diferencijalna jednadžba koja opisuje ovisnost tog sustava o vremenu. U linearnoj diferencijalnoj jednadžbi veza funkcije i njezinih derivacija je linearna $\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dt}} + \mathrm{f} = \mathrm{g}$. U nelinearnoj diferencijalnoj jednadžbi pojavljuju se varijable na neku potenciju veću od 1, tako da je primjer nelinearne diferencijalne jednadžbe $\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dt}} + \mathrm{f}^2$=g. Elastična sila koja djeluje na tijelo ovisi o položaju tog tijela na način da je F=-kx. Newtonov zakon postaje diferencijalna jednadžba koja opisuje gibanje $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$. Primijetimo da je diferencijalna jednadžba linearna jer je ovisnost funkcije i njezine druge derivacije linearna. Kad bi jednadžba koja opisuje položaj tijela bila $\frac{d^2x}{dt^2}$=ax^2, sustav bi bio nelinearan.

događaji nisu deterministički, nisu predvidivi – zato i kažemo da su kaotični. Područje znanosti koje istražuje te probleme naziva se deterministički kaos. Budući da stvarni svijet u mnogim aspektima uključuje složene procese koji sadrže segmente u kaotičnom režimu[4], čovjek stoga nikada neće biti u stanju da sagleda i razumije svijet kao deterministički u svojoj cjelini. Računalo s beskonačnom preciznošću i beskonačnom brzinom mogao bi biti samo Bog koji bi dobio točno rješenje jednadžbi gibanja u kaotičnom režimu. Nikada, čak niti u načelu, čovjek neće moći biti svemoguć. Neće moći doći u položaj da igra ulogu Boga pred kojim su sve tajne svijeta jasno raskriljene.[5] Kako bismo bolje razumjeli ovisnost kaotičnog sustava o početnim uvjetima i preciznosti računala potražit ćemo rješenja jednadžbe gibanja za različite parametre i male promjene početnih uvjeta te se uvjeriti da je zbog konačne preciznosti mjerenja nemoguće dobiti pouzdano matematičko rješenje jednadžbi gibanja.

Nelinearni sustav: regularni i kaotični režim

Sustav, odnosno vrijednost neke varijable, možemo opažati kontinuirano tijekom nekog vremenskog perioda, ali i diskontinuirano gdje se opažanja vrše samo u određenim vremenskim točkama.[6] U drugom slučaju vrijednost varijable u n-tom trenutku označimo s x_n. Jednadžba gibanja onda opisuje kako se iz vrijednosti varijabli u n-tom trenutku izračunavaju njihove vrijednosti u (n+1)-om trenutku. Iteracija (preslik) je matematička funkcija koja iskazuje x_{n+1} ovisno o x_n: $x_{n+1} = f(x_n)$. Ako je zadana vrijednost varijable na početku x_0, uzastupnom primjenom iteracije računamo $x_1 = f(x_0)$, $x_2 = f(x_1)$ itd. Ovakve jednadžbe za diskretne varijable jednostavnije je riješiti od diferencijalnih jednadžbi za kontinuirane varijable, a ovisno radi li se o jednadžbama s linearnim ili s nelinearnim članovima možemo dobiti pojave koje slično karakteriziraju oba tipa jednadžbi.

Promotrimo populacijsku jednadžbu: $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$, gdje je r kontrolni parametar sustava ovisan o vanjskim uvjetima. Primijetimo da to možemo napisati kao $x_{n+1} = rx_n - rx_n^2$. U jednadžbi se javlja kvadrat varijable, pa kažemo da se radi o nelinearnoj jednadžbi koja će dati dvije vrste rješenja. Ova jednadžba može opisivati rast populacije koji se usporava kad

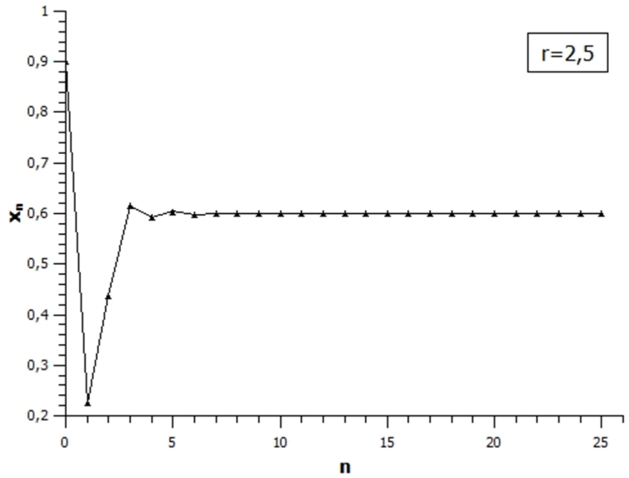
[4] Mnogi prirodni procesi, kao na primjer atmosferski procesi koji na dulji rok određuju vremenske prilike, ili na primjer procesi u ljudskom mozgu pri misaonim aktivnostima, ili golem broj povezanih biokemijskih oscilatora u imunološkom sustavu čovjeka, često su u kaotičnom režimu. (Ivan Golub, Vladimir Paar, *Skriveni Bog*, Teovizija, Zagreb, 2011.[3], 27.)

[5] Usp. Vladimir Paar, Ivan Golub, *Granice znanstvenog determinizma - nove dodirne točke znanosti i religije: hipoteza čovjeku nedostupnog Božjeg djelovanja*, 197.-200.

[6] Usp. Vladimir Paar, *Fizika 4,* Školska knjiga, Zagreb, 2006., 124.-133.

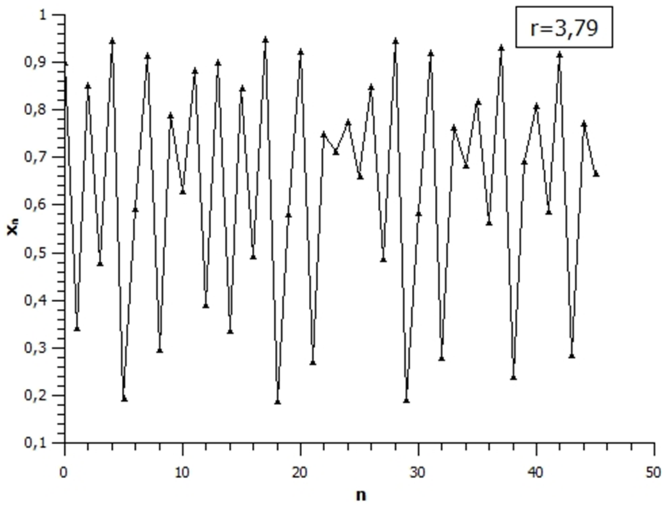
dosegne određenu granicu. Pritom je x_n omjer broja subjekata u n-tom trenutku i maksimalne moguće populacije, što znači da se vrijednosti x_n kreću između 0 i 1.

Prvo riješimo jednadžbu tako da je x_0 = 0.9, odnosno populacija je 90% maksimalne moguće populacije te postavimo kontrolni parametar na r = 2.5. Neka računalo računa iterande i pritom svaki put zaokružuje rezultat na 7 decimalnih mjesta i unosi ga u sljedeću iteraciju. Dakle, imamo dvije pogreške u svakom koraku – ulazna veličina je približna i u konačnom rezultatu imamo zaokruženu vrijednost. Na Slici 1. prikazani su rezultati za iterande:



Slika 1. Vrijednost uzastopnih iteranada za r = 2.5 i x_0 = 0.9

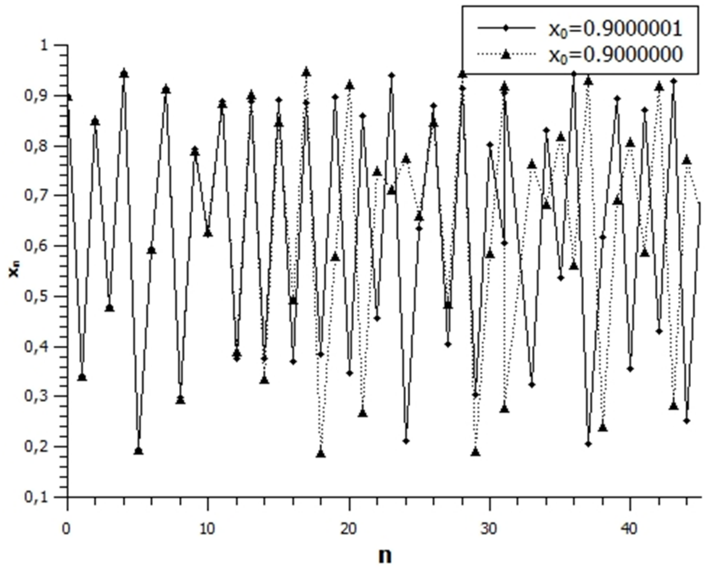
Za ovu vrijednost kontrolnog parametra iterandi su se približili jednom broju 0.6000000. Graničnu vrijednost kojoj konvergiraju iterandi porastom rednog broja n zovemo atraktor perioda 1, a sustav je u linearnom režimu. Nadalje, promotrimo rješenja kad se kontrolni parametar poveća na r = 3.79, a vrijednost varijable u početnom trenutku opet iznosi x_0 = 0.9.



Slika 2. Vrijednost uzastopnih iteranada za r = 3.79 i x_0 = 0.9

Dobivena rješenja ne konvergiraju nekoj vrijednosti, odnosno ne možemo uočiti neki period ponavljanja. Za ovu vrijednost parametra sustav se nije stabilizirao u nekoj vrijednosti, već se pojavio kaotični režim u kojem imamo kaotični atraktor s beskonačno mnogo rješenja.

Zanimljivo je promotriti što se događa sa sustavom kad malo promijenimo početni uvjet, tako da on iznosi x_0 = 0.9000001, te usporedimo s već izračunatim vrijednostima na Slici 2. za x_0 = 0.9000000. Neka vrijednost kontrolnog parametra ostane r = 3.79 jer je tada sustav u kaotičnom režimu.



Slika 3. Usporedba rješenja za x_0 = 0.9000000 i x_0 = 0.9000001

Za bliske početne uvjete iterandi imaju vrlo sličnu vrijednost na početku, no razlika među njima brzo raste i konačno se u rješenjima ne uočava nikakva sličnost. Sustav u kaotičnom režimu ima izrazitu osjetljivost rezultata na najmanje promjene u početnim uvjetima. Time dolazi do sloma determinizma s obzirom da početnu vrijednost ne možemo nikad izmjeriti posve točno, već s konačnom preciznošću. Prilikom mjerenja početnog uvjeta za dvije bliske vrijednosti koje su u granicama pogreške, dobijemo potpuno različite rezultate. Pritom ne možemo odrediti koja je od izračunatih vremenskih serija točna s obzirom da su obje unutar granica pogreške prilikom mjerenja.

Izračunajmo sad vremensku seriju za iste vrijednosti početnog uvjeta i kontrolnog parametra, ali neka računalo ima preciznost od 15 decimalnih mjesta. Usporedimo to s prethodnim rezultatom.

n	x_{n1}	x_{n2}
0	0.9000000	0.900000000000000
1	0.3411001	0.341100000000000
2	0.8518055	0.851805494100000
3	0.4784226	0.478422669476798
70	0.9427387	0.529925462729635
71	0.2045936	0.944105928718781
72	0.6167659	0.199998012251181

Tablica 1. Usporedba rješenja za različite preciznosti računala

Vremenske serije pokazuju podudaranje samo za prve članove, dok su vrijednosti viših iteranada potpuno različite i ovise o preciznosti računala. Nijedna izračunata serija nije pravo rješenje s obzirom da će računalo uvijek imati konačnu preciznost te će nakon nekog člana davati nepouzdane vrijednosti. Konačna preciznost računala dovodi do sloma determinizma s obzirom da se kaotična zbivanja nikad neće moći predvidjeti.

Samo Bog može izbjeći probleme osjetljivog mjerenja početnih uvjeta te ovisnosti o računalnoj preciznosti što znači da događaji koji su za nas kaotični i nepredvidivi, za Boga postaju deterministički i predvidivi. Stoga se otvara mogućnost Božjoj izravnoj intervenciji u materijalne procese koju čovjek ne može otkriti znanstvenom metodom. Bog može uzrokovati ekstremno male promjene početnih uvjeta ili parametara u kaotičnom režimu te na taj način potpuno promijeniti tijek fizičkih procesa. Čovjek ne može i nikada neće moći znati je li Bog intervenirao u kaotičnom režimu. U svakom slučaju, takva Božja intervencija ne zahtijeva promjenu ili suspeziju prirodnih zakona. Takvo Božje čudo, uzrokovano izravnom Božjom intervencijom, odvijalo bi se potpuno u skladu s poznatim prirodnim zakonima.[7]

[7] Usp. Vladimir Paar, Ivan Golub, *Granice znanstvenog determinizma - nove dodirne točke znanosti i religije: hipoteza čovjeku nedostupnog Božjeg djelovanja*, 205.